

PHAN QUỐC KHÁNH

PHÉP TÍNH VI TÍCH PHẦN

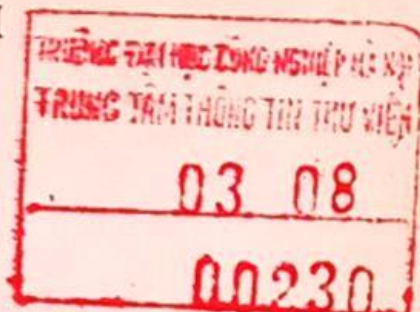
TẬP I

TOÁN CAO CẤP A1 DÙNG CHO
SINH VIÊN ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

PHAN QUỐC KHÁNH



PHÉP TÍNH VI TÍCH PHÂN

TẬP I

**TOÁN CAO CẤP A1 DÙNG CHO
SINH VIÊN ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG**

(Tái bản lần thứ tư)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Phép tính vi tích phân được giới thiệu ở đây thành hai tập, là phần chính, chiếm tỉ trọng $\frac{2}{3}$ của toán cao cấp ở bậc đại học. Hai tập ứng với hai học phần Toán cao cấp A1 và A2 dành cho sinh viên học chương trình 1 và 2. Tuy vậy các học phần tương ứng cho năm chương trình còn lại, thực chất chỉ là từng đoạn của hai học phần này. Vì vậy sách này có thể dùng để học tập và tham khảo cho sinh viên tất cả các trường, các ngành đại học và cao đẳng. Cách trình bày ở đây cũng thích hợp cho người tự học. Có thể đọc và hiểu cặn kẽ mà không cần tham khảo sách nào khác. Cuối mỗi chương đều có một lượng bài tập khá phong phú. Trả lời cho từng bài tập được cung cấp ở những trang cuối.

Sách được viết dựa vào giáo trình và kinh nghiệm giảng dạy gần 30 năm của tác giả ở nhiều trường đại học. Sự khác biệt chính so với các giáo trình tương ứng trước đây là sách được viết theo chương trình mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo, hình thành năm 1995, mà tác giả là một trong những người đóng góp tích cực trong quá trình xây dựng. Một trong những thể hiện có sáng tạo của chương trình này là giáo trình cải tiến của Trường Đại học Tổng Hợp TP. Hồ Chí Minh. Theo sự đổi mới giáo dục, giai đoạn 1 (tức là giai đoạn đại cương, ứng 1,5 năm đầu đại học) chỉ có 7 chương trình học khác nhau cho sinh viên tất cả các ngành. Sinh viên toán, cơ, tin học, lý, hóa, các ngành kĩ thuật ... đều thuộc chương trình 1 và 2. Đổi mới này cho phép tiêu chuẩn hóa kiến thức đại học đại cương, làm liên thông các ngành để sinh viên có thể chuyển đổi hoặc học nhiều ngành. Phép tính vi tích phân, vì vậy, phải được xây dựng để phù hợp cho mọi ngành nói trên (khối lượng và mức độ khó ngang với Toán cao cấp cho kĩ sư trước đây).

Sách này cũng được ảnh hưởng của một số giáo trình ở các nước phương tây, như Mỹ, Úc, Canada ... (tác giả cũng có dịp giảng giáo trình như thế). Các tài liệu này thường chứa nhiều áp dụng kinh tế, kĩ thuật, giúp người học làm quen cả từ bước phát biểu vấn đề thực tế thành bài toán toán học.

Mỗi tập sách tương ứng học phần gồm 60-75 tiết lí thuyết, 30-60 tiết bài tập, trong học kì 1 và 2 năm thứ nhất. Một giảng viên có kinh nghiệm có thể nói ngay : với thời gian đó không thể trình bày hết kiến thức ở tập này được. Đúng vậy, tác giả đã diễn đạt nội dung một cách tỉ mỉ, đầy đủ

và hơi rộng hơn kiến thức cần trình bày ở lớp. Tùy đối tượng học, giảng viên có thể lược bớt nội dung. Trong khi đó, những sinh viên mong muốn một sự hoàn chỉnh, thích tìm tòi, có thể tự đọc thêm. Chẳng hạn, sách bao gồm gần như tất cả chứng minh các định lý.

Chương trình toán ở phổ thông trung học nước ta đã bao hàm nhiều kiến thức về vi tích phân. Theo tác giả điều đó có lợi cho các học sinh không học tiếp lên đại học, nhưng với sinh viên đây là con dao hai lưỡi. Ngồi giảng đường sinh viên có thể mơ hồ cảm thấy cái gì thầy nói mình cũng nghe rồi, biết rồi và mất tập trung. Các thầy cần chọn cách trình bày thích hợp. Nhưng theo tôi nhất thiết không thể sơ sài ở các định nghĩa, đặt vấn đề, ý nghĩa hình học. Đây cũng là một lý do để giản lược trên lớp một số phần được trình bày trong sách do mục đích toàn vẹn.

Chương 0, là đặc biệt, cung cấp một số kiến thức thuộc cơ sở toán học hiện đại, không thuộc phép tính vi tích phân. Nó giúp hiểu sâu và diễn đạt ngắn gọn các chương sau. Có thể bỏ qua hầu hết chương này mà chỉ cần viết lại kí hiệu ở các chương sau. Nhưng sự rút gọn này, nếu thật cần, dù sao vẫn là đáng tiếc.

Cuối cùng tác giả xin chân thành cảm ơn GS.TS. Nguyễn Cang và PTS. Trần Huệ Nương đã đọc kĩ bản thảo và giúp nhiều ý kiến quý báu. Sự biết ơn cũng được bày tỏ tới GS.TS. Nguyễn Đình Trí, GS.TS. Nguyễn Hữu Anh, PGS.TS. Đỗ Công Khanh, GVC. Nguyễn Viêm, GVC. Cù An Hưng, PTS. Nguyễn Công Tâm, PTS. Nguyễn Kim Tân, PTS. Đinh Ngọc Thanh, GV. Nguyễn Thanh Vũ và nhiều đồng nghiệp ở Khoa Toán-Tin học, Đại học Khoa học Tự nhiên TP Hồ Chí Minh (Đại học Tổng hợp cũ), những người đã góp ý để tác giả cải tiến giáo trình và bản thảo. Sự cảm tạ chắc chắn sẽ còn thiếu sót nếu không nhắc đến em Phan Thanh Lan đã làm thư ký trong quá trình biên soạn tỉ mỉ và công phu.

Mọi sự cố gắng trên đây chỉ đến được kết quả nhờ sự biên tập và xuất bản rất kịp thời của Nhà Xuất Bản Giáo dục, điều mà tác giả rất tri ân.

Chắc chắn sách còn nhiều sai sót của tác giả. Chúng tôi xin rất biết ơn sự góp ý luôn được mong đợi từ độc giả.

Tháng 8 năm 1996

PHAN QUỐC KHÁNH

MỤC LỤC

Lời nói đầu	3
-------------	---

CHƯƠNG 0.

MỞ ĐẦU

0.1. Tập hợp và ánh xạ	5
1. Khái niệm tập hợp	5
2. Các phép toán trên tập hợp	6
3. Ánh xạ	9
4. Tập hợp tương đương. Tập hợp đếm được	10
0.2. Phép toán mệnh đề	12
1. Các liên từ mệnh đề	12
2. Các phép lượng hóa	16
Bài tập chương 0	19

CHƯƠNG I. GIỚI HẠN VÀ TÍNH LIÊN TỤC

I.0. Phép tính vi tích phân là gì ?	22
I.1. Số thực và hàm số	22
1. Số thực	22
2. Khoảng và đoạn	25
3. Trị tuyệt đối	25
4. Tọa độ và đồ thị	27
5. Hàm số	28
6. Các hàm số có dáng điệu đơn giản	30
I.2. Giới hạn của dãy số thực	31
1. Định nghĩa	32
2. Các tính chất của dãy hội tụ	33
3. Các phép tính trên dãy hội tụ	34

4. Các tiêu chuẩn hội tụ	35
I.3. Giới hạn của hàm số	39
1. Định nghĩa	40
2. Các định nghĩa mở rộng	42
3. Tiêu chuẩn tồn tại giới hạn hàm số	43
4. Giới hạn của các hàm sơ cấp	45
I.4. Vô cùng bé, vô cùng lớn	49
1. Định nghĩa vô cùng bé	49
2. Vô cùng bé tương đương	50
3. Vô cùng lớn	52
I.5. Hàm liên tục	53
1. Định nghĩa	53
2. Tính liên tục của các hàm sơ cấp	54
3. Các phép tính trên hàm liên tục tại một điểm	54
4. Phân loại điểm gián đoạn	55
5. Các tính chất của hàm liên tục trên một đoạn	56
6. Hàm liên tục đều	57
Bài tập chương I	59

CHƯƠNG II. ĐẠO HÀM VÀ VI PHÂN.

II.1. Đạo hàm và cách tính	71
1. Hai bài toán mở đầu	71
2. Định nghĩa đạo hàm	72
3. Liên hệ giữa đạo hàm và tính liên tục	74
4. Các quy tắc tính đạo hàm	75
5. Bảng các đạo hàm cơ bản	81
6. Đạo hàm hàm ẩn	82
II.2. Vi phân	83
1. Định nghĩa và công thức tính vi phân	83
2. Ứng dụng vi phân để tính gần đúng	86

II.3. Đạo hàm và vi phân cấp cao	86
1. Đạo hàm cấp cao	86
2. Vi phân cấp cao	88
II.4. Các định lý về giá trị trung bình	89
1. Cực trị địa phương và Định lý Fermat	89
2. Các định lý giá trị trung bình	89
II.5. Nguyên hàm và tích phân bất định	93
Bài tập chương II	97

CHƯƠNG III. ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM

III.1 Công thức Taylor và xấp xỉ hàm	104
1. Xấp xỉ bằng tiếp tuyến	104
2. Xấp xỉ cấp cao. Công thức Taylor với phần dư Lagrange	106
3. Khai triển Maclaurin một số hàm sơ cấp	109
III.2. Quy tắc l'Hospital	112
1. Khử dạng vô định $\frac{0}{0}$	112
2. Khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$	113
3. Áp dụng Quy tắc l'Hospital để khử các dạng vô định khác	115
III.3. Khảo sát hàm số $y = f(x)$	117
1. Chiều biến thiên và cực trị địa phương	117
2. Tính lồi lõm và điểm uốn	121
3. Đường tiệm cận	124
4. Sơ đồ tổng quát khảo sát hàm số $y = f(x)$	125
III.4. Khảo sát hàm cho bởi phương trình tham số	125
1. Phương trình tham số của đường cong	125
2. Khảo sát đường cong cho bởi phương trình tham số	126

III.5.	<i>Khảo sát đường cong trong tọa độ cực</i>	130
1.	Hệ tọa độ cực	130
2.	Phương trình đường cong trong tọa độ cực	131
3.	Phương trình các đường conic trong tọa độ cực	132
4.	Khảo sát đường cong trong tọa độ cực	136
III.6.	<i>Giải gần đúng phương trình $f(x) = 0$</i>	139
1.	Phương pháp chia đôi đoạn	140
2.	Phương pháp dây cung	140
3.	Phương pháp Newton (phương pháp tiếp tuyến)	142
4.	Phôi hợp hai phương pháp dây cung và tiếp tuyến	144
	<i>Bài tập chương III</i>	144

CHƯƠNG IV. PHÉP TÍNH TÍCH PHÂN

IV.1.	<i>Định nghĩa và tính chất của tích phân xác định</i>	150
1.	Bài toán mở đầu : diện tích hình thang cong	150
2.	Định nghĩa tích phân xác định	151
3.	Tổng Darboux và điều kiện khả tích	153
4.	Các lớp hàm khả tích	155
5.	Tính chất của tích phân xác định	158
IV.2.	<i>Định lý cơ bản của phép tính vi tích phân</i>	160
1.	Tích phân xác định như hàm của cận trên	160
2.	Định lý cơ bản	162
IV.3.	<i>Các phương pháp tính tích phân xác định</i>	165
1.	Phương pháp đổi biến	165
2.	Phương pháp tích phân từng phần	171
IV.4.	<i>Tích phân các phân thức hữu tỉ</i>	174
1.	Phân thức thực sự và phân thức đơn giản	174
2.	Tích phân các phân thức đơn giản	177
IV.5.	<i>Tích phân các hàm lượng giác</i>	181
1.	Phương pháp chung	182

2. Một số trường hợp đặc biệt	182
IV.6. Tích phân một số hàm vô tỉ	183
1. Tích phân dạng $\int R(x, x^{\frac{m}{n}}, \dots, x^{\frac{r}{s}}) dx$	184
2. Tích phân dạng $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m}{n}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{r}{s}}\right) dx$	184
3. Tích phân dạng $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right) dx$	185
IV.7. Một số hàm không có nguyên hàm là hàm sơ cấp	186
IV.8. Tích phân suy rộng	186
1. Tích phân suy rộng loại 1	186
2. Tích phân suy rộng loại 2	191
IV.9. Tính gần đúng tích phân xác định	195
1. Phương pháp hình thang	195
2. Phương pháp điểm giữa	197
3. Đánh giá sai số	198
4. Phương pháp Simpson	199
5. Phương pháp Romberg	201
6. Tính xấp xỉ tích phân suy rộng	204
Bài tập chương IV	205

CHƯƠNG V. MỘT SỐ ÁP DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

V.1. Diện tích hình phẳng	214
1. Biên được cho trong tọa độ Descartes	214
2. Biên cho trong tọa độ cực	218
V.2. Thể tích	219
1. Tính thể tích theo lát	219
2. Thể tích vật tròn xoay	220
3. Tính thể tích theo các lớp trụ	221

V.3.	<i>Độ dài đường cong phẳng</i>	223
1.	Đường cong cho trong tọa độ Descartes	223
2.	Đường cong cho trong tọa độ cực	224
V.4.	<i>Diện tích mặt tròn xoay</i>	225
V.5.	<i>Một số ứng dụng vật lí, kỹ thuật</i>	226
1.	Khối lượng	226
2.	Mômen và tâm khối lượng	228
3.	Trọng tâm hình học	230
4.	Áp lực của chất lỏng	232
5.	Công	233
6.	Thế năng và động năng	234
	<i>Bài tập chương V</i>	235

CHƯƠNG VI. CHUỖI SỐ VÀ CHUỖI HÀM.

VI.1.	<i>Khái niệm chuỗi số</i>	240
1.	Định nghĩa	240
2.	Các tính chất của chuỗi hội tụ	241
VI.2.	<i>Chuỗi số dương</i>	243
1.	Các định lí so sánh	243
2.	Các tiêu chuẩn hội tụ	244
VI.3.	<i>Chuỗi có dấu bất kì</i>	248
1.	Chuỗi đan dấu	248
2.	Hội tụ tuyệt đối. Thay đổi thứ tự các số hạng	249
3.	Nhân hai chuỗi	251
4.	Đánh giá tổng của chuỗi	252
VI.4.	<i>Chuỗi hàm</i>	254
1.	Định nghĩa	254
2.	Hội tụ đều	255
3.	Các tính chất của chuỗi hội tụ đều	257

VI.5. Chuỗi lũy thừa	260
1. Bán kính hội tụ	260
2. Các tính chất của chuỗi lũy thừa	263
3. Khai triển hàm thành chuỗi lũy thừa, chuỗi Taylor và Maclaurin	264
4. Ứng dụng chuỗi lũy thừa để tính gần đúng	268
Bài tập chương VI	270

CHƯƠNG VII. VI PHÂN CỦA HÀM NHIỀU BIẾN

VII.1. Không gian n chiều	274
1. Định nghĩa	274
2. Các tập trong R^n	276
VII.2. Giới hạn và tính liên tục	277
1. Hàm nhiều biến	277
2. Các mặt cong thông dụng	279
3. Giới hạn của hàm nhiều biến	283
4. Giới hạn lặp	286
5. Tính liên tục	288
6. Liên tục đều	290
VII.3. Đạo hàm và vi phân	290
1. Đạo hàm riêng	290
2. Đạo hàm riêng cấp cao	292
3. Vi phân	295
4. Vi phân cấp cao	298
VII.4. Đạo hàm riêng và vi phân của hàm hợp	299
1. Đạo hàm riêng của hàm hợp	299
2. Vi phân của hàm hợp	302
VII.5. Đạo hàm của hàm ẩn	304
1. Hàm ẩn một biến	304
2. Hàm ẩn nhiều biến	306

3. Hệ hàm ẩn	308
VII.6. Đạo hàm của hàm ngược	312
VII.7. Công thức Taylor	314
VII.8. Cực trị của hàm nhiều biến	317
1. Cực trị tự do	317
2. Cực trị có ràng buộc	321
3. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm trong miền đóng	326
4. Điều kiện đủ của cực trị có điều kiện	326
Bài tập chương VII	328
Trả lời các bài tập	337
Tài liệu tham khảo	366
Mục lục	367